ZADANIA:

I. Utwórz 2 programy (będące wzajemną modyfikacją):

1. sprawdzający czy wprowadzona liczba jest liczbą doskonałą,
2. wyświetlający wszystkie liczby doskonałe od 0 do 10^{18}.

II. Utwórz program wyświetlający wszystkie liczby zaprzyjaźnione, z których każda jest mniejsza od 1 000 000.

Liczba doskonała

Liczba doskonała – liczba naturalna, która jest sumą wszystkich swych dzielników właściwych (to znaczy od niej mniejszych).

Najmniejszą liczbą doskonałą jest 6, ponieważ 6 = 3 + 2 + 1. Następną jest 28 (28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1), a kolejne to 496, 8128, 33550336, 8589869056 i 137438691328.

Euklides podał sposób znajdowania liczb doskonałych parzystych: należy obliczać sumy kolejnych potęg dwójki np. 1 + 2 + 4 + 8 +... Jeżeli któraś z otrzymanych sum okaże się liczbą pierwszą, należy pomnożyć ją przez ostatni składnik i otrzymamy liczbę doskonałą, np. 1 + 2 jest liczbą pierwszą (1+2=3) i jeżeli obliczymy 3 · 2, to otrzymamy liczbę doskonałą 6.

Największą znaną dziś liczbą doskonałą parzystą jest $2^{43112608} \cdot (2^{43112609}-1)$ – liczy ona 25 956 377 cyfr w rozwinięciu dziesiętnym.

Jak dotąd nie udało się znaleźć liczby doskonałej nieparzystej, ani dowodu, że liczby takie nie istnieją. Euler udowodnił, że każda liczba doskonała nieparzysta musi być postaci $\boldsymbol{p^{4k+1} \cdot l^2}$, gdzie p jest liczbą pierwszą postaci $4m+1$. Wiadomo też, że jeśli liczba taka istnieje, to musi być większa od 10^{300} (wynik z roku 1991).

Liczby zaprzyjaźnione

Liczby zaprzyjaźnione to para liczb naturalnych, takich że suma dzielników każdej z tych liczb równa się drugiej (nie uwzględniając tych dwóch liczb jako dzielników).

Pierwszą parą takich liczb, która została podana już przez Pitagorasa, jest para liczb 220 i 284, ponieważ:

- 220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 (dzielniki 284)
- 284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 (dzielniki 220)

Nie wiadomo, czy istnieje nieskończenie wiele par liczb zaprzyjaźnionych i czy istnieje taka para liczb o różnej parzystości.

Oto wszystkie pary liczb zaprzyjaźnionych, z których co najmniej jedna liczba jest mniejsza od miliona:

- 220 i 284
- 1184 i 1210
- 2620 i 2924
- 5020 i 5564
- 6232 i 6368
- 10744 i 10856
- 12285 i 14595
- 17296 i 18416
- 63020 i 76084
- 66928 i 66992
- 67095 i 71145
- 69615 i 87633
- 79750 i 88730
- 100485 i 124155
- 122265 i 139815
- 122368 i 123152
- 141664 i 153176
- 142310 i 168730
- 171856 i 176336
- 176272 i 180848
- 185368 i 203432
- 196724 i 202444
- 280540 i 365084
- 308620 i 389924
- 319550 i 430402
- 356408 i 399592
- 437456 i 455344
- 469028 i 486178
- 503056 i 514736
- 522405 i 525915
- 600392 i 669688
- 609928 i 686072
- 624184 i 691256
- 635624 i 712216
- 643336 i 652664
- 667964 i 783556
- 726104 i 796696
- 802725 i 863835
- 879712 i 901424
- 898216 i 980984
- 947835 i 1125765
- 998104 i 1043096

Dzisiaj znanych jest już prawie 8000 par liczb zaprzyjaźnionych, których składniki potrafią być rzędu 10^9.

ZADANIA:

I. Utwórz 2 programy (będące wzajemną modyfikacją):

1. sprawdzający czy wprowadzona liczba jest liczbą doskonałą,
2. wyświetlający wszystkie liczby doskonałe od 0 do 10^{18}.

II. Utwórz program wyświetlający wszystkie liczby zaprzyjaźnione, z których każda jest mniejsza od 1 000 000.

Liczba doskonała

Liczba doskonała – liczba naturalna, która jest sumą wszystkich swych dzielników właściwych (to znaczy od niej mniejszych).

Najmniejszą liczbą doskonałą jest 6, ponieważ 6 = 3 + 2 + 1. Następną jest 28 (28 = 14 + 7 + 4 + 2 + 1), a kolejne to 496, 8128, 33550336, 8589869056 i 137438691328.

Euklides podał sposób znajdowania liczb doskonałych parzystych: należy obliczać sumy kolejnych potęg dwójki np. 1 + 2 + 4 + 8 +... Jeżeli któraś z otrzymanych sum okaże się liczbą pierwszą, należy pomnożyć ją przez ostatni składnik i otrzymamy liczbę doskonałą, np. 1 + 2 jest liczbą pierwszą (1+2=3) i jeżeli obliczymy 3 · 2, to otrzymamy liczbę doskonałą 6.

Największą znaną dziś liczbą doskonałą parzystą jest $2^{43112608}\cdot(2^{43112609}-1)$ – liczy ona 25 956 377 cyfr w rozwinięciu dziesiętnym.

Jak dotąd nie udało się znaleźć liczby doskonałej nieparzystej, ani dowodu, że liczby takie nie istnieją. Euler udowodnił, że każda liczba doskonała nieparzysta musi być postaci $\boldsymbol{p^{4k+1}\cdot l^2}$, gdzie *p* jest liczbą pierwszą postaci *4m+1*. Wiadomo też, że jeśli liczba taka istnieje, to musi być większa od 10^{300} (wynik z roku 1991).

Liczby zaprzyjaźnione

Liczby zaprzyjaźnione to para liczb naturalnych, takich że suma dzielników każdej z tych liczb równa się drugiej (nie uwzględniając tych dwóch liczb jako dzielników).

Pierwszą parą takich liczb, która została podana już przez Pitagorasa, jest para liczb 220 i 284, ponieważ:

- 220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 (dzielniki 284)
- 284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 (dzielniki 220)

Nie wiadomo, czy istnieje nieskończenie wiele par liczb zaprzyjaźnionych i czy istnieje taka para liczb o różnej parzystości.

Oto wszystkie pary liczb zaprzyjaźnionych, z których co najmniej jedna liczba jest mniejsza od miliona:

- 220 i 284
- 1184 i 1210
- 2620 i 2924
- 5020 i 5564
- 6232 i 6368
- 10744 i 10856
- 12285 i 14595
- 17296 i 18416
- 63020 i 76084
- 66928 i 66992
- 67095 i 71145
- 69615 i 87633
- 79750 i 88730
- 100485 i 124155
- 122265 i 139815
- 122368 i 123152
- 141664 i 153176
- 142310 i 168730
- 171856 i 176336
- 176272 i 180848
- 185368 i 203432
- 196724 i 202444
- 280540 i 365084
- 308620 i 389924
- 319550 i 430402
- 356408 i 399592
- 437456 i 455344
- 469028 i 486178
- 503056 i 514736
- 522405 i 525915
- 600392 i 669688
- 609928 i 686072
- 624184 i 691256
- 635624 i 712216
- 643336 i 652664
- 667964 i 783556
- 726104 i 796696
- 802725 i 863835
- 879712 i 901424
- 898216 i 980984
- 947835 i 1125765
- 998104 i 1043096

Dzisiaj znanych jest już prawie 8000 par liczb zaprzyjaźnionych, których składniki potrafią być rzędu 10^9.